

ПРОГРАММА
вступительного испытания «Математика»

Содержание программы

I. Основные математические понятия и факты

Арифметика, алгебра и начала анализа

1. Натуральные числа (N). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное.
2. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.
3. Целые числа (Z). Рациональные числа (Q), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел.
4. Действительные числа (R), их представление в виде десятичных дробей.
5. Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.
6. Числовые выражения, выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.
7. Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень.
8. Логарифмы и их свойства.
9. Одночлен и многочлен.
10. Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трехчлена.
11. Понятие функции. Способы задания функции. Область определения, множество значений функции.
12. График функции. Возрастание и убывание функции, периодичность, четность, нечетность.
13. Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке.
14. Определения и основные свойства функций: линейной $y = ax + b$, квадратичной $y = ax^2 + bx + c$, степенной $y = ax^n$ ($n \in N$), $y = \frac{k}{x}$, показательной $y = a^x$ ($a > 0$), логарифмической $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$), тригонометрических функций ($y = \sin x, y = \cos x, y = \operatorname{tg} x, y = \operatorname{ctg} x$) арифметического корня $y = \sqrt{x}$.
15. Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.
16. Неравенства. Решения неравенства. Понятие о равносильных неравенствах.
17. Система уравнений и неравенств. Решения системы.
18. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формулы n -го члена и суммы первых n членов арифметической прогрессии. Формулы n -го члена и суммы первых n членов геометрической прогрессии.
19. Синус и косинус суммы и разности двух аргументов (формулы).
20. Преобразование в произведение выражений $\sin \alpha \pm \sin \beta, \cos \alpha \pm \cos \beta$.
21. Определение производной. Ее физический и геометрический смысл.
22. Производные функций $y = \sin x; y = \cos x; y = \operatorname{tg} x; y = x^n; y = a^x; y = \ln x$.
23. Производная суммы, произведения, частного двух функций, производная сложной функции.

Геометрия

1. Прямая, луч, отрезок, ломаная. Длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Окружность, круг. Параллельные прямые.
2. Примеры преобразования фигур, виды симметрий. Преобразование подобия и его свойства.
3. Векторы. Операции над векторами.
4. Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали.
5. Треугольник. Его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Соотношение между сторонами и углами прямоугольного треугольника.
6. Четырехугольники: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.
7. Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор.
8. Центральные и вписанные углы.
9. Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.
10. Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и площадь сектора.
11. Подобие. Подобные фигуры, отношение площадей подобных фигур.
12. Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости.
13. Параллельность прямой и плоскости.
14. Угол между прямой и плоскостью. Перпендикуляр к плоскости.
15. Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей.
16. Многогранники. Их вершины, ребра, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы, пирамиды. Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды, их виды.
17. Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере.
18. Формула объема параллелепипеда.
19. Формулы площади поверхности и объема призмы.
20. Формулы площади поверхности и объема пирамиды.
21. Формулы площади поверхности и объема цилиндра.
22. Формулы площади поверхности и объема конуса.
23. Формула объема шара.
24. Формула площади сферы.

II. Основные формулы и теоремы

Алгебра и начала анализа

1. Свойства функции $y = ax + b$ и ее график.
2. Свойства функции $y = \frac{k}{x}$ и ее график.
3. Свойства функции $y = ax^2 + bx + c$ и ее график.
4. Формула корней квадратного уравнения.
5. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.
6. Свойства числовых неравенств.
7. Логарифм произведения, степени, частного.
8. Определение и свойства функций $y = \sin x$ и $y = \cos x$ и их графики.
9. Определение и свойства функции $y = \operatorname{tg} x$ и ее график.
10. Решение уравнений вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$.
11. Формулы приведения.

12. Зависимость между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.

13. Тригонометрические функции двойного аргумента.

Геометрия

1. Свойства равнобедренного треугольника.
2. Свойства точек, равноудаленных от концов отрезка.
3. Признаки параллельности прямых.
4. Сумма углов треугольника. Сумма внутренних углов выпуклого многоугольника.
5. Признаки параллелограмма, его свойства.
6. Окружность, описанная около треугольника.
7. Окружность, вписанная в треугольник.
8. Касательная к окружности и ее свойство.
9. Величина угла, вписанного в окружность.
10. Признаки подобия треугольников.
11. Теорема Пифагора.
12. Формулы площадей параллелограмма, треугольника, трапеции.
13. Формула расстояния между двумя точками плоскости. Уравнение окружности.
14. Признак параллельности прямой и плоскости.
15. Признак параллельности плоскостей.
16. Теорема о перпендикулярности прямой и плоскости.
17. Перпендикулярность двух плоскостей.
18. Теоремы о параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.
19. Теорема о трех перпендикулярах.